

02;07;09;12

## Квантовые $M_x$ -магнитометры с оптической накачкой: цифровые способы измерения частоты $M_x$ -резонанса в быстро меняющемся поле

© А.К. Вершовский, А.С. Пазгалев

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,  
194021 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: antver@mail.ioffe.ru

(Поступило в Редакцию 28 декабря 2005 г.)

Предложен новый способ построения петли фазовой автоподстройки частоты квантового  $M_x$ -магнитометра с оптической накачкой. Способ основан на цифровых технологиях и обеспечивает повышенную точность и быстроедействие отслеживания частоты магнитного резонанса в быстро меняющемся поле.

PACS: 07.55.Ge

### Постановка задачи

Принцип работы квантовых  $M_x$ -магнитометров с оптической накачкой (КМОН) основан на измерении частоты вынужденных осцилляций поперечной компоненты полного атомного момента [1]. Сигнал атомного резонанса в КМОН возникает, когда частота приложенного к ячейке с атомами щелочного металла радиополя совпадает с частотой атомного перехода, при этом интенсивность прошедшего через ячейку света накачки оказывается модулирована с частотой приложенного радиополя и с фазой, зависящей от расстройки радиополя относительно атомного резонанса. На этом эффекте основано оптическое детектирование атомного резонанса, характеризующееся крайне высокой по сравнению с детектированием в протонных магнитометрах чувствительностью — на один квант поглощенного атомом радиополя возникает один оптический квант, обладающий примерно в миллиард раз большей энергией.

В качестве рабочего вещества наиболее чувствительных КМОН используются атомы щелочных металлов: цезий, рубидий и калий. Используемые в цезиевых и рубидиевых магнитометрах в качестве рабочего вещества  $^{133}\text{Cs}$  и  $^{87}\text{Rb}$  обладают малым квадратичным зеемановским расщеплением, в результате чего в земных магнитных полях резонансные линии атома сливаются в одну широкую (порядка 20 нТ) несимметричную линию, форма и положение центра которой зависят от параметров накачки, ориентации прибора в магнитном поле и пр.

Изотопы калия  $^{39}\text{K}$  и особенно  $^{41}\text{K}$  обладают много большим квадратичным зеемановским расщеплением; в земных магнитных полях структура резонансных линий атома К хорошо разрешена, и ширина этих линий может быть снижена до 0.2 нТ. С этим связана многократно увеличенная по сравнению с цезиевыми и рубидиевыми приборами абсолютная точность и долговременная стабильность калиевого магнитометра. Расплатой за это является повышенная сложность работы со структурой,

состоящей из нескольких резонансных линий; эта задача решается применением микропроцессорных методов анализа сигнала и синтеза частоты резонансного радиополя. В настоящей работе предлагается основанный на цифровых технологиях способ построения петли фазовой автоподстройки частоты для квантовых  $M_x$ -магнитометров с оптической накачкой, характеризующийся повышенными точностью и быстрымдействием при работе как с одиночной линией (цезиевый магнитометр в земных магнитных полях), так и со сложной структурой, состоящей из сверхузких линий (калиевый магнитометр).

По способу возбуждения магнитного резонанса КМОН можно разделить на самогенерирующие магнитометры, в которых обратная связь заведена непосредственно из усилителя фототока на катушку радиополя, и магнитометры с петлей фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) генератора, привязанного к резонансу. Оба типа магнитометров характеризуются погрешностями, обусловленными как параметрическими сдвигами самого магнитного резонанса, так и ошибками измерения положения центра резонансной линии. Последние связаны в основном с тем, что в  $M_x$ -магнитометрах обоих видов ошибка настройки фазы в петле обратной связи устройства приводит к возникновению частотного сдвига выходного сигнала магнитометра; таким образом,  $M_x$ -магнитометры нуждаются в точном выставлении фазы подаваемого радиополя по отношению к фазе сигнала прецессии магнитного момента, регистрируемого фотодетектором.

Самогенерирующие магнитометры отличаются простотой конструкции, но для практического их применения требуется частотомер, способный измерить частоту неизбежно зашумленного сигнала с крайне высокой точностью и быстрымдействием (типичные требования для калиевого КМОН — измерение частоты в диапазоне 100–700 кГц с точностью  $2-5 \cdot 10^{-9}$  за 0.1 с). Магнитометры с ФАПЧ предоставляют для измерения существенно более чистый сигнал; кроме того, при

использовании в качестве генератора в петле ФАПЧ цифрового синтезатора частоты (ЦСЧ) необходимость в прецизионном частотомере отпадает сама собой: измерение частоты генератора в такой схеме заменяется цифровой обработкой управляющих последовательностей на входах синтезатора. Дальнейшее изложение будет касаться только устройств с ФАПЧ. В таких устройствах выделение сигнала ошибки, управляющего перестраиваемым генератором (в аналоговых схемах это генератор, управляемый напряжением, а в цифровых схемах — ЦСЧ) осуществляется с помощью фазового детектора, фаза опорного напряжения в котором настраивается с помощью некоего фазовращающего устройства таким образом, чтобы точно компенсировать все сдвиги фазы, связанные с задержками сигнала в измерительном тракте и геометрией датчика, определяемой относительной ориентацией луча света накачки и катушки радиополя.

Данная работа посвящена в основном методу организации петли ФАПЧ, обеспечивающему компенсацию этих фазовых сдвигов; собственно теорию цифровой петли ФАПЧ мы не будем затрагивать, так как к настоящему времени она достаточно хорошо разработана [2].

## Принципы работы цифрового фазовращающего устройства

Оценим требования к точности настройки фазового сдвига. Сигнал  $S(t)$ , связанный с переходом между двумя магнитными подуровнями в магнитном поле  $H_0$  в присутствии переменного радиополя амплитудой  $H_1$  на частоте  $\omega$ , описывается уравнениями Блоха [3], стационарное решение которых в комплексной форме имеет следующий вид:

$$S(t) = \frac{A\omega_1}{Z^2} \frac{i + \delta Z}{1 + \delta^2} e^{i(\omega t + \varphi)} = S_0 e^{i\omega t}, \quad (1)$$

где  $S_0$  — комплексная амплитуда сигнала  $M_x$ -резонанса;  $\delta = (\omega - \omega_0)/(\Gamma Z)$  — приведенная расстройка частоты радиополя  $\omega$  от частоты резонанса  $\omega_0 = \gamma H_0$ ,  $\varphi$  — дополнительный поворот фазы резонанса, обусловленный как набегом фазы в измерительном тракте, так и геометрией эксперимента,  $A$  — амплитуда сигнала резонанса,  $2\Gamma = 2/T_2$  — ширина резонанса,  $Z = (1 + \omega_1^2 T_1 T_2)$  — фактор насыщения резонанса,  $\omega_1 = 1/2 \gamma H_1$  — частота Раби,  $\gamma$  — гиромагнитное отношение рабочего вещества,  $T_1, T_2$  — времена продольной и поперечной релаксации магнитного момента.

Предположим, что мы детектируем сигнал с помощью двух одинаковых детекторов, у одного из которых (назовем его детектором  $x$ ) опорное напряжение синфазно с радиополем, а у другого (назовем его детектором  $y$ ) — сдвинуто на  $90^\circ$ . Тогда выходные напряжения фазовых детекторов  $x$  и  $y$  после осреднения с характерным

временем  $\tau$  ( $\tau \gg 1/\omega$ ) даются выражениями

$$x(\delta, \varphi) = k \langle \text{Re } S_0 \rangle \\ = k \frac{A\omega_1}{Z^2} \left[ -\frac{1}{1 + \delta^2} \sin \varphi + \frac{\delta Z}{1 + \delta^2} \cos \varphi \right], \quad (2a)$$

$$y(\delta, \varphi) = k \langle \text{Im } S_0 \rangle \\ = k \frac{A\omega_1}{Z^2} \left[ \frac{\delta Z}{1 + \delta^2} \sin \varphi + \frac{1}{1 + \delta^2} \cos \varphi \right]. \quad (2б)$$

Здесь  $k$  — общий для обоих детекторов коэффициент передачи. При  $\varphi = 0$  компоненты  $x(\delta, 0)$  и  $y(\delta, 0)$  представляют собой лоренцев дисперсионный контур с нулевым значением при нулевой расстройке и лоренцев контур поглощения с максимумом при нулевой расстройке. Компонента сигнала  $x(\delta, 0)$  используется в качестве сигнала ошибки, который стремится обнулить петля ФАПЧ; компонента  $y(\delta, 0)$  может быть использована, как индикатор амплитуды сигнала при нулевой расстройке. Чтобы оценить зависимость частотного сдвига от фазового сдвига в замкнутой петле ФАПЧ, приравняем к нулю правую часть выражения 2а, и получим:  $\text{tg } \varphi = \delta Z$ . Иначе говоря, сдвиг фазы на  $45^\circ$  приводит к ошибке порядка одной полуширины линии. Характерная полуширина линии в калиевых КМОН составляет 1 пТ, а предельная точность калиевого КМОН, обусловленная параметрической стабильностью  $M_x$ -резонанса, по порядку величины равна 10 рТ; следовательно, для полной реализации потенциала калиевого КМОН ошибка подстройки фазы не должна превышать  $\text{arctg}(1/100) = 0.6^\circ$ . В то же время в зависимости от частоты сигнала, длины сигнального тракта, времени задержки сигнала в фотодетекторе и т.д. величина фазового сдвига, который должен компенсироваться фазосдвигающим устройством, может варьироваться от  $0$  до  $180^\circ$  и более. Задача построения управляемого аналогового фазовращателя, обеспечивающего такие параметры при плоской амплитудно-частотной характеристике в диапазоне частот 100–700 kHz практически не имеет решения.

Детектирование сигнала с любой опорной фазой может быть, в принципе, осуществлено цифровыми методами — при условии цифровой обработки сигнала  $M_x$ -резонанса с достаточной скоростью. Для калиевого КМОН в земном поле это означает оцифровку сигнала и его обработку в реальном масштабе времени со скоростью порядка  $10^7$ – $10^8$  измерений в секунду, что также более чем проблематично даже с применением сверхвысокопроизводительных сигнальных процессоров.

В настоящей работе предлагается способ цифрового поворота фазы сигнала (в схемах с синхронным детектированием) на произвольный угол  $\alpha$ . Способ основан на том, что для любой гармонической функции

$$f(t) = (a + ib)e^{i\omega t} s e^{i(\omega t + \varphi)}$$

операции поворота по фазе на угол  $\alpha$  и детектирования на частоте  $\omega$  квадратурными синхронными детекторами  $x'$  и  $y'$  обнаруживают свойство коммутативности,

т. е. могут быть осуществлены как в прямом порядке

$$\begin{aligned}x' &= k \langle f'(t) \cos \omega t \rangle, \\y' &= k \langle f'(t) \sin \omega t \rangle,\end{aligned}\quad (3)$$

где  $f'(t) = f(t)e^{i\alpha}$ , так и в обратном, если после детектирования исходной функции  $f(t)$  квадратурными синхронными детекторами  $x$  и  $y$  поворот по фазе на угол  $\alpha$  осуществлять вычислением линейной комбинации

$$\begin{aligned}x' &= x \cos \alpha - y \sin \alpha, \\y' &= x \sin \alpha + y \cos \alpha,\end{aligned}\quad (4)$$

где  $x = k \langle f(t) \cos \omega t \rangle$ ,  $y = k \langle f(t) \sin \omega t \rangle$ . Легко видеть, что результат преобразований (3) и (4) одинаков:

$$\begin{aligned}x' &= k [a \cos \alpha - b \sin \alpha] = ks \cos(\varphi + \alpha), \\y' &= k [a \sin \alpha + b \cos \alpha] = ks \sin(\varphi + \alpha),\end{aligned}\quad (5)$$

но осуществление преобразований (4) не требует реального вращения фазы сигнала на частоте  $\omega$ . Прокомментируем это на примере сигнала магнитного резонанса. Выражения (2) описывают выходные напряжения двух фазовых детекторов в отсутствие каких-либо фазовращающих устройств. Если эти напряжения интегрируются с постоянной времени  $\tau$ , то они не содержат компонент на частотах, больших, чем  $1/\tau$  и могут быть оцифрованы с периодом измерения  $\sim \tau$ . Если  $\tau = 5\text{--}10\text{ ms}$ , оцифровка может быть произведена со скоростью  $5\text{--}10$  тыс. измерений в секунду с помощью стандартного АЦП (например, 10-битного АЦП, встроенного в 8-разрядный микроконтроллер широкого применения). После оцифровки напряжений  $x(\delta, \varphi)$  и  $y(\delta, \varphi)$  составим в соответствии с (4) (уже цифровыми средствами, предоставляемыми микроконтроллером) их линейные комбинации, введя новый параметр  $\psi$  — виртуальный угол сдвига:

$$\begin{aligned}x'(\delta, \varphi, \psi) &= x(\delta, \varphi) \cos \psi - y(\delta, \varphi) \sin \psi, \\y'(\delta, \varphi, \psi) &= x(\delta, \varphi) \sin \psi + y(\delta, \varphi) \cos \psi.\end{aligned}\quad (6)$$

Получаем два новых виртуальных „сигнала“, которые удобно приписать выходам двух виртуальных фазовых детекторов  $x'$  и  $y'$ . При этом, как следует из (2) и (6),

$$\begin{aligned}x'(\delta, \varphi, \psi) &= x(\delta, \varphi + \psi), \\y'(\delta, \varphi, \psi) &= y(\delta, \varphi + \psi).\end{aligned}\quad (7)$$

Таким образом, мы программно реализовали дополнительный цифровой поворот фазы сигнала на угол  $\psi$ . В дальнейшем после подбора фазы  $\psi$  такой, что  $\psi = -\varphi$ , выход виртуального детектора  $x'$  используется в качестве сигнала ошибки, а выход детектора  $y'$  имеет смысл амплитуды сигнала.

Следующая задача — установить фазу  $\psi$  равной  $-\varphi$ , т. е. осуществить настройку виртуального фазовращателя. В случае, когда изначально нет информации о

величине фазового сдвига  $\varphi$ , ее можно оценить методом инвариантного отображения сигнала спиновой прецессии, описанным в [4].

После грубой установки фазы производится захват резонанса и далее — точное измерение фазового сдвига модуляционным методом. Изменение фазового сдвига при изменении частоты резонанса  $\omega$  учитывается как  $\varphi(\omega) = \omega_0 + \omega T_d$ , где  $\varphi_0$  — фазовый сдвиг, связанный с геометрией катушек радиополя,  $T_d$  — эффективная временная задержка сигнала в сигнальном тракте.

Погрешность предложенного метода компенсации фазы определяется точностью измерения фазового сдвига, которая всецело зависит от вариаций магнитного поля в момент измерения, и стабильностью цифрового фазовращателя. Последняя, в свою очередь, определяется стабильностью фазового соотношения между двумя выходами ЦСЧ и стабильностью (например, температурной) соотношения коэффициентов передачи фазовых детекторов  $x$  и  $y$ . При соответствующем выборе элементной базы дрейфы цифрового фазовращателя могут быть сведены к величинам, не превышающим  $0.1^\circ$ .

## Эксперимент

В соответствии с принципами, изложенными в предыдущем разделе, нами был собран и испытан калиевый КМОН и цифровой петлей ФАПЧ. Функциональная схема петли ФАПЧ приведена на рис. 1. Схема не содержит аналоговых регулировочных элементов; функции распознавания и захвата сигнала  $M_x$ -резонанса возложены на микропроцессор, управляющий синтезатором частоты.

Основными элементами блока являются усилитель сигнала, фазовые детекторы  $x$  и  $y$ , реализованные как аналоговые перемножители с фильтрами низкой частоты второго порядка, микроконтроллер с аналоговыми входами АЦП и тактируемый высокостабильным кварцевым генератором, ЦСЧ, имеющий два квадратурных (сдвинутых строго на  $90^\circ$ ) выхода. Напряжения с квадратурных выходов ЦСЧ подаются на фазовые детекторы в качестве опорных.

В начальный момент работы прибора ЦСЧ генерирует радиополе, далекое от магнитного резонанса по частоте. Переменная составляющая снимаемого с датчика сигнала при этом используется для калибровки нулей фазовых детекторов. После окончания процедуры калибровки (порядка  $0.8\text{ s}$ ) процессор начинает поиск резонанса, т. е. сканирование частоты синтезатора. Направление сканирования выбирается таким, чтобы в процессе сканирования первым возбудился самый сильный в данной конфигурации прибора низкочастотный резонанс структуры ( $F = 2$ ,  $m_F = 1 \leftrightarrow 2$ ) калия. Сканирование продолжается до появления переменной составляющей сигнала с датчика. При появлении сигнала достаточной амплитуды процессор прекращает сканирование и переходит к поддержанию фазового захвата частоты

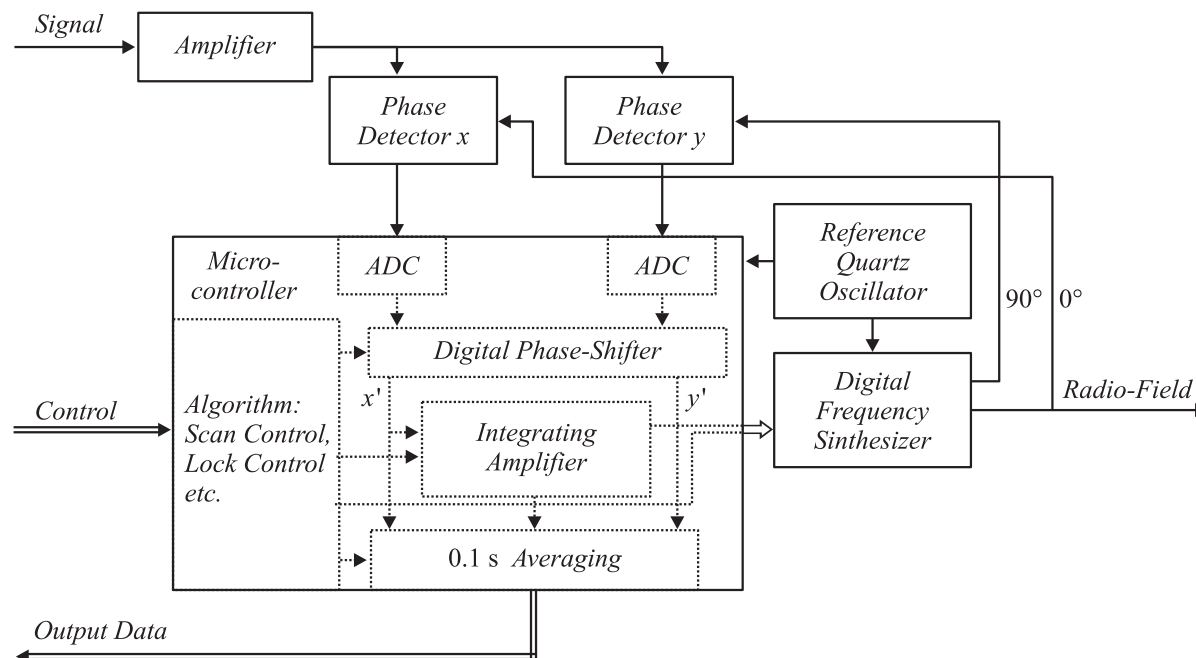


Рис. 1. Функциональная схема цифровой петли ФАПЧ.

синтезатора, а в случае потери сигнала — к процедуре повторного поиска и захвата сигнала. Опрос входного сигнала осуществляется с частотой 5120 Hz; с той же частотой после каждого цикла опроса происходит перестройка частоты синтезатора: шагами, пропорциональными сигналу ошибки на выходе виртуального детектора  $x'$ . Минимальный шаг ЦСЧ в шкале напряженности магнитного поля составляет  $\Delta H = 0.17$  pT. Важно отметить, что технические характеристики используемого ЦСЧ обеспечивают непрерывность зависимости фазы генерируемого напряжения от времени при изменении генерируемой частоты.

В течение одного цикла измерения  $T = 0.1$  s в регистрах процессора происходит накопление 512 отсчетов частоты синтезатора и их осреднение. Результат осреднения преобразуется в последовательный код и передается микроконтроллером в компьютер пользователя вместе со сведениями о выходных напряжениях фазовых детекторов, о статусе петли обратной связи и т.д.

Чувствительность магнитометра  $\delta H$  за время  $t$ , в принципе, ограничена дробовым шумом света  $N$ , регистрируемого фотоприемником:  $\delta H \sim N(t)/(A\gamma T_2)$ . Эффективная разрешающая способность системы определяется только дробовыми шумами и не лимитируется величиной шага ЦСЧ до тех пор, пока вклад дробового шума фототока  $\delta H$ , измеренный за время одного цикла измерения, превышает шаг ЦСЧ  $\Delta H$ ; при выполнении этого условия осреднение массива дискретных результатов измерений за время  $T$  приводит к увеличению разрешения, пропорциональному  $\sqrt{(T/t)}$ . Таким образом, предельная разрешающая способность системы регистрации, связанная с дискретностью шага ЦСЧ, за вре-

мя 0.1 s составляет  $\Delta H/\sqrt{512} = 7$  fT и не ограничивает чувствительности магнитометра.

При необходимости микроконтроллер может быть переключен в режим медленного сканирования частоты ЦСЧ вокруг центра резонанса; таким образом может быть осуществлена цифровая запись формы резонансной линии (рис. 2) и по ее результатам — подстройка фазы. Кривые на рис. 2 представляют собой выходы виртуальных фазовых детекторов  $x'$  и  $y'$  после настройки фазового сдвига  $\psi$  при сканировании частоты радиополя в стабилизированном поле. В [3] приведен способ представления резонанса в виде эллипса на плоскости  $x'y'$ , позволяющий измерять фазовый сдвиг резонанса в условиях реального быстро меняющегося поля.

Собственно петля ФАПЧ реализована программно по схеме пропорционально-интегрального усилителя. Про-

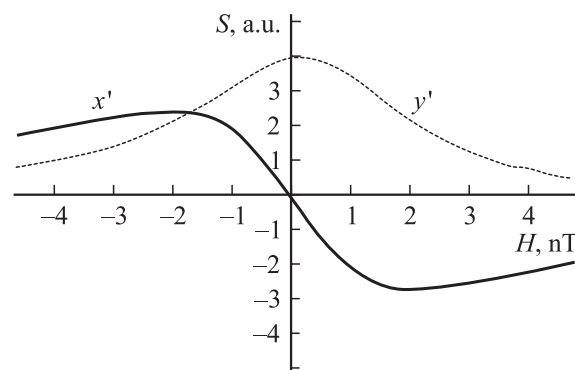


Рис. 2. Запись линии  $M_x$ -резонанса в магнитном экране.

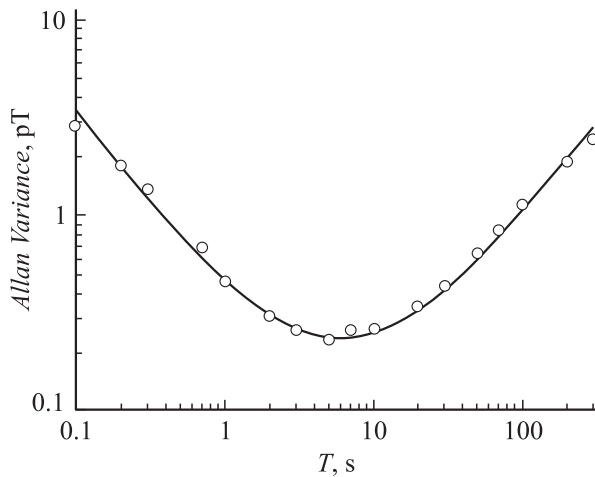


Рис. 3. Аллановская диаграмма записи магнитного поля в стабилизаторе.

порциональный и интегральный коэффициенты усиления в петле обратной связи задаются программным образом; при заданных параметрах сигнала они определяют быстродействие и собственные шумы петли ФАПЧ. Цифровая петля ФАПЧ была испытана с электронным имитатором сигнала  $M_x$ -резонанса, представляющим собой последовательный контур с кварцевым резонатором и регулируемым генератором белого шума; в трехслойном магнитном экране; в стабилизаторе магнитного поля. Испытания с имитатором сигнала, в которых при постоянных параметрах резонанса варьировался уровень белого шума, подтвердили, что вплоть до уровня чувствительности 0.3 pT среднеквадратичное отклонение за 0.1 s шумы цифровой петли ФАПЧ определяются шумами входного сигнала. В магнитном экране испытывалось быстродействие магнитометра с цифровой петлей ФАПЧ. Для этой цели на постоянное магнитное поле накладывалось переменное магнитное поле с амплитудой 45 nT  $p-t-p$ , частота которого варьировалась от 0 до 100 Hz. Было показано, что при быстродействии 10 отсчетов в секунду полоса отслеживаемых прибором частот составляет 3.5 Hz, а скорость отслеживания изменения магнитного поля превышает 5000 nT/s. Скорость сканирования магнитного поля при поиске резонанса также была выбрана равной 5000 nT/s; было показано, что при этой скорости происходит уверенный захват резонанса. В стабилизаторе магнитного поля исследовалась разрешающая способность калиевого КМОН с цифровой петлей ФАПЧ. На рис. 3 приведена аллановская диаграмма записи магнитного поля в стабилизаторе. Минимум вариаций наблюдается при времени измерения 5 s и составляет  $\Delta H_{\min} = 0.23$  pT СКО; вариации при времени измерения 0.1 s составляют 3.3 pT СКО. Конечно, в эти измерения целиком входят вариации поля в стабилизаторе. Следует обратить внимание на наклон левой части аллановской диаграммы — он соответствует амплитуде вариаций, обратно пропорциональной време-

ни осреднения (а не корню из времени, как должно быть в случае гауссовой статистики дробового шума), что свидетельствует либо о наличии избыточных высокочастотных шумов в петле ФАПЧ, либо о наличии в спектре магнитного поля высокочастотных изолированных компонент. В частности, амплитуда переменной составляющей магнитного поля частотой 50 Hz в процессе эксперимента составляла 200–250 pT СКО и могла давать вклад в аллановскую вариацию на малых временах измерения.

## Заключение

Подчеркнем еще раз наиболее привлекательную особенность предлагаемых цифровых способов организации схемы измерения частоты  $M_x$ -резонанса в реально меняющемся поле: они позволяют полностью исключить из схемы любые аналоговые фазовращающие устройства, и тем самым на порядки повысить точность и долговременную стабильность прибора; одновременно в такой схеме в полной мере реализуются присущие КМОН чувствительность и быстродействие.

Авторы благодарят Е.Б. Александрова за помощь и интерес к работе; В.Я. Шифрина и Е.Н. Чопорову за возможность использования стабилизированной меры магнитной индукции земного диапазона на магнитной станции ВНИИМ в пос. Кавголово Ленинградской области.

## Список литературы

- [1] Померанцев Н.М., Рыжков В.М., Скроцкий Г.В. Физические основы квантовой магнитометрии. М.: Наука, 1972. 448 с.
- [2] Fundamentals of Statistical Signal Processing. Prentice Hall PTR. New Jersey, USA, 1993.
- [3] Bloch F. // Phys. Rev. 1946. Vol. 70. P. 460.
- [4] Вершовский А.К., Александров Е.Б. // Опт. и спектр. 2006. Т. 100. № 1. С. 23–25.