

01;07;12

Оптимизация фактора качества магнитного M_X -резонанса в условиях оптической накачки

© А.К. Вершовский, А.С. Пазгалев

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: antver@mail.ru

(Поступило в Редакцию 28 июня 2007 г.)

Проведена оптимизация параметров M_X -резонанса, возбуждаемого между зеемановскими подуровнями одного СТС-уровня основного состояния щелочного металла в вакуумной ячейке в схеме с одним лучом накачки, и детектирования (схема M_X -магнитометра). Построена простая модель, учитывающая все основные факторы, определяющие разрешающую способность M_X -резонанса, в том числе спин-обменное уширение и поглощение в толстом слое ячейки. Показано, что величина спин-обменного уширения резонансной линии преимущественно определяется требованиями к оптической толщине ячейки, что в значительной мере снижает возможность реализации преимуществ сверхузких (< 1 Hz) линий в магнитометрии. Проведен эксперимент, подтвердивший работоспособность модели.

PACS: 07.55.Ge

Введение

Прогресс, ознаменовавший развитие квантовой магнитометрии в течение пяти последних десятилетий, привел к созданию ряда магнитометрических устройств, в основе работы которых лежат принципы оптической накачки [1,2] и оптического детектирования [3] магнитного резонанса. По-видимому, наиболее перспективными для измерения модуля магнитных полей земного диапазона (20–80 μ T) устройствами являются цезиевый магнитометр широкого применения [4] и более сложный, но характеризующийся существенно большей точностью, калиевый магнитометр на изолированной линии [5–7]. Оба этих прибора принадлежат к классу M_X -магнитометров, поскольку в качестве наблюдаемого сигнала в их схемах используется модуляция луча оптической накачки поперечной компонентой вращающегося магнитного момента при взаимодействии с резонансным радиополем (M_X -резонанс). Чувствительность таких приборов всецело определяется параметрами магнитного резонанса и принципиально неустранимыми квантовыми шумами.

Цель настоящей работы — провести оптимизацию параметров M_X -резонанса, возбуждаемого между зеемановскими подуровнями одного СТС-уровня основного состояния щелочного металла в вакуумной ячейке в схеме с одним лучом накачки, и детектирования. При оптимизации будут учтены основные факторы, определяющие разрешающую способность M_X -резонанса, в том числе спин-обменное уширение и поглощение в толстом слое ячейки.

Точное решение задачи оптимизации параметров резонанса в многоуровневой системе достаточно сложно (см., например, [8]), поскольку требует учета зависимости поглощения в ячейке, светового и столкновительного уширения от степени поляризации вещества, которая, в свою очередь, определяется условиями накачки.

Будем рассматривать оптическую накачку в ячейке с антирелаксационным покрытием, где „перемешивание“ уровней в возбужденном состоянии пренебрежимо мало. В этом случае задача может быть решена точно лишь численно. Нами, однако, была поставлена задача построения относительно простой аналитической модели, имеющей ясный физический смысл и способной давать верные количественные предсказания. Как будет показано выше, такая модель может быть построена в рамках следующих приближений:

1. Магнитный резонанс описывается уравнениями Блоха [9] для двухуровневой системы. Это приближение оправдано:

— для атома К в достаточно больших (земных) магнитных полях, поскольку высокая степень изолированности его резонансной линии позволяет рассматривать магнитный резонанс только между двумя уровнями „рабочего“ перехода ($F = 2, m_F = 1 \rightarrow F = 2, m_F = 2$) с той оговоркой, что суммарная населенность указанных уровней оказывается меньше единицы. Численный расчет показывает, что при оптимальной интенсивности света накачки разность населенностей данной пары уровней составляет примерно 0.5, а сумма (обозначим ее k_{pump}) — $k_{\text{pump}} \approx 0.75$;

— для всех щелочных металлов (в том числе Cs) в противоположном случае слабых магнитных полей, квадратичное зеемановское расщепление в которых мало по сравнению с собственной шириной линии. Такой случай реализуется для цезия, когда индукция магнитного поля не превышает 20 μ T.

2. Спин-обменное уширение резонансной линии считается не зависящим от степени поляризации рабочего вещества.

3. Накачка и детектирование резонанса осуществляются одним лучом.

4. Большое по сравнению со временем пролета от степени к стенке τ_{fl} время жизни атомов $T_1 \sim 10^4 \tau_{\text{fl}}$ в ячейке приводит к полному эффективному осреднению интенсивности света накачки и равномерному распределению населенности каждого уровня по ее объему.

5. По той же причине эффективно осуществляется накачка всех атомов в ячейке монохроматическим излучением, настроенным на центр доплеровской линии поглощения — каждый атом за характерное время накачки успевает многократно побывать в группе скоростей, для которой обеспечивается резонансность света накачки лоренцевскому контуру поглощения атома.

6. Ширина спектра накачки считается малой по сравнению с шириной резонансной линии поглощения.

Оптимизация параметров M_X -резонанса будет проводиться по критерию максимальной чувствительности квантового дискриминатора. Не будем здесь подробно рассматривать принципиальные долговременные сдвиги и систематические ошибки квантового дискриминатора, оговорив, что все упомянутые эффекты пропорциональны ширине линии M_X -резонанса [7], и их минимизация может быть осуществлена уменьшением столкновительного и светового уширения резонансной линии до значений, обеспечивающих требуемую кратковременную чувствительность.

1. Теоретическое рассмотрение

В [7] были перечислены основные механизмы релаксации магнитного момента, определяющие ширину линии магнитного резонанса, а именно: релаксация при столкновениях со стенками ячейки; спин-обменные процессы; релаксация при столкновениях с атомами буферного газа; неоднородность внешнего магнитного поля; релаксация, индуцированная светом накачки; уширение радиочастотным полем.

В кювете без буферного газа и покрытия, безусловно, доминирующими являются столкновения со стенками ячейки, разрушающие поляризацию при каждом таком столкновении, т.е. за время пролета порядка $\tau_{\text{fl}} \approx 10^{-5} - 10^{-4}$ s. Наиболее эффективным (особенно в неоднородном магнитном поле) методом сохранения поляризации является нанесение на внутреннюю стенку ячейки сохраняющего спин-покрытия. Пожалуй, лучшие в мире результаты в развитии техники нанесения парафиновых покрытий были получены в группе Е.Б. Александрова М.В. Балабасом и др. [10–12]. Эти работы явились продолжением исследований М. Bouchiat and J. Brossel [13–15] процессов спин-релаксации оптически поляризованных атомов Rb на парафиновой поверхности.

Суммируя выводы этих работ, полагаем, что ширина магнитного резонанса (без учета уширения переменным магнитным полем) в покрытой парафином ячейке с резервуаром, или отростком, содержащим резервный объем металла, может быть представлена как сумма

нескольких составляющих:

$$\Gamma = [(\Gamma_{\text{wall}} + \Gamma_{\text{hole}}) + \Gamma_{\text{coll}}] + \Gamma_{\text{light}}. \quad (1)$$

Здесь Γ_{wall} — вклад релаксации на стенки ячейки: $\Gamma_{\text{wall}} = C_w / \tau_{\text{fl}}$, где $C_w = C_w(T)$ — вероятность релаксации электронного спина при соударении с покрытием; $\tau_{\text{fl}} = \langle l_{\text{fl}} \rangle / \langle v \rangle$ — среднее время пролета от стенки к стенке; $\langle l_{\text{fl}} \rangle$ — средняя длина пробега между столкновениями со стенкой. Для сферической кюветы диаметром D $\langle l_{\text{fl}} \rangle = k_{\text{form}} D$ и $k_{\text{form}} \approx 0.7$; для цилиндрической кюветы диаметром D и длиной $L = lD$ ($l \gg 1$) $\langle l_{\text{fl}} \rangle = k_{\text{form}} \sqrt{DL}$ и $k_{\text{form}} \approx 0.5$. $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{RT}{M}}$ — средняя скорость атомов, T — температура, M — молярная масса, R — универсальная газовая постоянная; Γ_{hole} — скорость поглощения поляризованных атомов резервуаром. В простейшем случае, когда резервуар отделен от кюветы диафрагмой площадью s , $\Gamma_{\text{hole}} = s / (S \tau_{\text{fl}})$, где S — площадь внутренней поверхности ячейки; Γ_{coll} — уширение линии вследствие межатомных столкновений (спин-обменное, или столкновительное уширение), пропорциональное концентрации атомных паров n : $\Gamma_{\text{coll}} = \sigma_{\text{ex}} n \langle v_{\text{rel}} \rangle$, где σ_{ex} — сечение спин-обменного процесса, $\langle v_{\text{rel}} \rangle = \sqrt{2} \langle v \rangle$ — относительная скорость сталкивающихся частиц; Γ_{light} — световое уширение, пропорциональное интенсивности света накачки I_{ph} .

Скобки в (1) введены для группировки слагаемых сходной природы. Так, первые три слагаемых представляют собой темновую ширину линии $\Gamma_d = \Gamma_{\text{wall}} + \Gamma_{\text{hole}} + \Gamma_{\text{coll}}$. Два первых члена в (1) определяются конструкцией ячейки и качеством покрытия и называются собственной шириной резонанса в ячейке $\Gamma_0 = \Gamma_{\text{wall}} + \Gamma_{\text{hole}}$:

$$\Gamma_0 = k_R \frac{\langle v \rangle}{\sqrt{lD}},$$

$$k_R = \frac{1}{k_{\text{form}}} \left[C_w(T) + \frac{s}{S} \right]. \quad (2)$$

Релаксация, связанная с уходом атомов в резервуар с каплей металла, определяется площадью s . В дальнейшем будем считать диафрагму достаточно малой для того, чтобы вторым слагаемым в k_R можно пренебречь, тогда собственная ширина резонанса в кювете становится обратно пропорциональной ее диаметру, а темновая ширина Γ_d оказывается пропорциональной концентрации паров n . В [7,16] приведена зависимость темновой ширины Γ_d M_X -резонанса в калиевой кювете от температуры, из которой следует, что, действительно, в диапазоне температур $T = 20 - 50^\circ\text{C}$ это условие выполняется с точностью $\pm 5\%$.

К уравнениям для сферической ячейки диаметром D можно перейти, приняв $l = 1$.

Оценку предельной (т.е. ограниченной только принципиальными физическими причинами) чувствительности M_X -резонанса можно получить, вычислив минимальную вариацию магнитного поля, которая в принципе может быть зарегистрирована при измерении в полосе

частот Δf . Такая вариация при выполнении условия преобладания дробовых шумов света накачки над прочими шумами может быть выражена как

$$\delta B_{\min}^{\text{light}} = \frac{1}{\gamma} \frac{\rho_N}{(dS(\omega)/d\omega)|_{\Delta\omega=0}} \sqrt{\Delta f} = \frac{1}{Q} \sqrt{\Delta f}. \quad (3)$$

Здесь γ — гиромагнитное отношение, $\Delta\omega = \omega_0 - \omega$, ω_0 — частота магнитного резонанса, ω — частота резонансного радиополя, ρ_N — спектральная плотность дробового шума регистрируемого света, $S(\omega)$ — синфазная радиополю амплитуда сигнала M_X -резонанса, $Q = (\gamma/\rho_N) dS(\omega)/d\omega|_{\Delta\omega=0}$ — фактор качества резонанса [17].

Выражения для зависимости амплитуды от интенсивности света накачки впервые были приведены в [18,19]; на необходимость оптимизации фактора качества по интенсивности света впервые было указано в [20]. В [21] было показано (в приложении к задаче оптимизации чувствительности M_Z -дискриминатора частоты), что в случае, когда дробовый шум света накачки преобладает над прочими шумами, оптимальной является интенсивность света I_{opt} , обеспечивающая уширение темновой линии резонанса в 3–4 раза. Будем придерживаться подхода, принятого в [21]. Приведем стационарное решение уравнений Блоха для использующейся в магнитометрах M_X -типа поперечной компоненты намагниченности u во вращающейся системе координат

$$u(\Delta\omega) = M_0 \frac{\Delta\omega \Omega T_2^2}{1 + (\Delta\omega T_2)^2 + \Omega^2 T_1 T_2}. \quad (4)$$

Здесь $M_0 \sim \Gamma_{\text{light}}/\Gamma$ — продольная намагниченность, вызываемая циркулярной компонентой света накачки вдоль магнитного поля, $\Omega = \gamma B_1$ — частота Раби резонансного радиополя B_1 , T_1 и T_2 — эффективные времена продольной и поперечной релаксации, учитывающие процессы оптической накачки. Это решение справедливо, когда частота магнитного резонанса ω_0 значительно больше, чем характерная скорость релаксации $1/T_1$, $1/T_2$ (в дальнейшем будем полагать $T_1 = T_2 = 1/\Gamma$).

Традиционно оптимизация фактора качества Q начинается с выбора амплитуды радиополя Ω , для чего вычисляется крутизна сигнала $dS(\omega)/d\omega$ в центре резонанса, и затем находится ее максимум по Ω : $\Omega_{\text{opt}} = \Gamma$. Крутизна U оптимизированного по Ω сигнала в центре линии $S = S(0)$ равна

$$\left. \frac{dS(\Delta\omega)}{d\Delta\omega} \right|_{\Delta\omega=0} = \frac{S}{2\Gamma}. \quad (5)$$

Пусть оптическая схема характеризуется осевой симметрией, и соответственно ячейка имеет форму цилиндра диаметром D и длиной $L = ID$, ось которого ориентирована параллельно лучу накачки. Поглощение света интенсивностью I_{ph} в среде длиной L описывается законом Бугера–Ламберта $I_{\text{ph}}(L) = I_{\text{ph}}(0) \exp(-\kappa L)$, где κ — коэффициент линейного поглощения среды,

пропорциональный концентрации атомов n : $\kappa = \kappa_n n$. Согласно [16], при накачке излучением, характеризующимся частотой ν , совпадающей с центром доплеровской линии,

$$\begin{aligned} k_\nu &= 2\sqrt{\pi \ln 2} \frac{e^2}{mc} \frac{1}{\Delta_D} f \delta_{HFS} \\ &= 2.493 \cdot 10^{-2} [\text{cm}^2 \text{Hz}] f \delta_{HFS}/\Delta_D, \end{aligned} \quad (6)$$

где e , m — заряд и масса электрона, c — скорость света,

$$\Delta_D = 2\sqrt{\ln 2} \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{2RT}{M}}$$

— доплеровская ширина линии атома молярной массой M , λ — длина волны, T — температура, f — сила осциллятора перехода,

$$\delta_{HFS} = \frac{\sum_j I_j \exp\left[-4\left(\frac{\nu_j - \nu}{\Delta_D}\right)^2 \ln 2\right]}{\sum_j I_j}$$

— множитель, учитывающий наличие в спектре поглощения сверхтонких переходов, характеризующихся интенсивностями I_j и частотами ν_j .

Для накачки атома калия ($f = 0.35$, $\delta_{HFS} = 0.78$) лазером, настроенным в центр оптического перехода, получим $k_\nu = 8.82 \cdot 10^{-12} \text{cm}^2$ при температуре $T = 300 \text{K}$. В случае ламповой накачки цезия ($f = 0.39$), производящейся четырьмя сверхтонкими линиями, при этой же температуре получим $k_\nu = 2.70 \cdot 10^{-11} \text{cm}^2$.

Отметим, что в общем случае коэффициент k_ν зависит от интеграла перекрытия нормированных контуров накачки $\sigma_p(\nu)$ и поглощения $\sigma_a(\nu)$: $\psi = \int \sigma_p(\nu) \sigma_a(\nu) d\nu$. Здесь и далее пренебрегаем зависимостью k_ν от температуры, поскольку во всем рабочем (для К и Cs) диапазоне температур 30–60°C изменение средней скорости не превышает 5%.

Согласно (1) и (2):

$$\Gamma_d = \Gamma_0 + \Gamma_{\text{coll}} = k_R(1 + \alpha x) \frac{\langle \nu \rangle}{\sqrt{ID}}, \quad (7)$$

где $x = \kappa L = k_\nu n L$ — оптическая толщина ячейки,

$$\alpha \equiv \frac{\sqrt{2} \sigma_{\text{ex}}}{k_R k_\nu \sqrt{I}}$$

— коэффициент, не зависящий от n , $\langle \nu \rangle$ и D .

Коэффициент α связывает между собой безразмерное столкновительное уширение Γ_{coll} и оптическую толщину ячейки x :

$$\frac{\Gamma_{\text{coll}}}{\Gamma_0} = \alpha x. \quad (8)$$

Величина α может быть определена экспериментально; так, используя приведенную в [7,16] зависимость темновой ширины линии Γ_d от оптической толщины x

калевой ячейки диаметром $d = 15$ см, получим для этой ячейки $\alpha = 32 \pm 8$.

Согласно (8), для сферической ячейки диаметром D параметр α может быть выражен в виде произведения атомных констант на ширину линии и размер ячейки

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}\langle v \rangle \sigma_{\text{ex}}}{k_v} \frac{1}{D \Gamma_0} = k_\alpha \frac{1}{D \Gamma_0} \quad (9)$$

(заметим, что, согласно (2), $D \Gamma_0 = \text{const}$). Для калия при лазерной накачке $k_\alpha \approx 65$ см/с. Ламповая накачка характеризуется в несколько раз меньшей эффективностью, и при ее применении k_α и α могут возрасти. Для цезия в малом магнитном поле при максимальной эффективности ламповой накачки $k_\alpha \approx 25$ см/с.

Введем безразмерную интенсивность накачки $I = \Gamma_{\text{light}}/\Gamma_d$, равную отношению светового уширения к темновой ширине. Тогда из (1)–(7) следует

$$\Gamma = \Gamma_d + \Gamma_{\text{light}} = k_R(1 + I)(1 + \alpha x) \frac{\langle v \rangle}{\sqrt{I} D}. \quad (10)$$

Рассмотрим область ячейки с единичной площадью, длиной вдоль луча накачки L , и соответственно оптической толщиной $x = \kappa L = k_v n L$. Обозначим I_{ph} — интенсивность резонансного света накачки на входе в ячейку. Используя выражение для скорости накачки ([22, с. 178]), можно связать световое уширение Γ_{light} с интенсивностью:

$$\Gamma_{\text{light}} = 2 \frac{k_v}{h\nu} I_{\text{ph}}^{\text{mean}}. \quad (11)$$

Тогда, усреднив по длине ячейки вдоль луча, получим

$$\begin{aligned} I = \frac{\Gamma_{\text{light}}}{\Gamma_d} &= 2 \frac{k_v}{h\nu} \frac{I_{\text{ph}}}{\Gamma_d} \frac{1}{x} \int_0^x e^{-x'} dx' \\ &= 2 \frac{k_v}{h\nu} \left(\frac{I_{\text{ph}}}{(1 + \alpha x) \Gamma_0} \right) \left(\frac{1 - e^{-x}}{x} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Амплитуда S_0 сигнала M_x -резонанса в рассматриваемой области с единичной площадью поперечного сечения пропорциональна:

- степени поляризации среды $k_{\text{pump}} \Gamma_{\text{light}}/\Gamma = k_{\text{pump}} I \Gamma_d/\Gamma$;
- количеству атомов в выделенной области: $N_{\text{at}} = nL = x/k_v$;
- эффективности оптического детектирования резонанса, которая, в свою очередь, пропорциональна интенсивности прошедшего ячейку света $I_{\text{ph}} e^{-x}$, эффективности „считывания“ сигнала светом k_{read} и квантовому выходу фотоприемника k_{det} . Согласно [23], для изолированной линии калия ($F = 2, m_F = 1$) $\rightarrow F = 2, m_F = 2$), в случае, когда свет направлен под 45° к магнитному полю, $k_{\text{read}} = 1/(12\sqrt{2}) \approx 0.059$. Для слитной линии цезия при тех же условиях численный расчет дает $k_{\text{read}} \approx 0.0128$.

Общую амплитуду S сигнала получим интегрированием по площади поперечного сечения ячейки. Подставив значения Γ и Γ_d из (2) и (10), получим

$$S = k_{\text{pump}} k_{\text{read}} k_{\text{det}} \frac{\pi}{4} \frac{I^2}{1 + I} \frac{D^2}{k_v} \Gamma_d \frac{x^2}{1 - e^{-x}} e^{-x}. \quad (13)$$

Крутизна сигнала из (13) и (10):

$$\frac{S}{\Gamma} = k_{\text{pump}} k_{\text{read}} k_{\text{det}} \frac{\pi}{4} \frac{D^2}{k_v} \frac{I^2}{(1 + I)^2} \frac{x^2}{e^x - 1}. \quad (14)$$

Спектральная плотность дробового шума пропорциональна корню из полной интенсивности прошедшего ячейку света, проинтегрированной по площади ячейки. Выразив полную интенсивность света на входе в ячейку I_{ph}/ψ через усредненную безразмерную интенсивность I (16), получим

$$\rho_N = \left(\frac{\pi}{4} \frac{k_{\text{det}}}{\psi} \frac{k_R}{k_v} I \langle v \rangle \frac{D}{\sqrt{I}} (1 + \alpha x) \frac{x}{e^x - 1} \right)^{1/2}. \quad (15)$$

Окончательно выразив k_R через α , получим выражение для зависимости фактора качества магнитного резонанса от интенсивности накачки в единичной полосе частот

$$Q(\alpha, x, V, I) = \sqrt{\psi k_{\text{det}}} k_{\text{pump}} k_{\text{read}} Q_1(V) Q_2(I) Q_3(\alpha, x), \quad (16)$$

где

$$Q_1(V) = \left(\frac{V}{\sqrt{2} \sigma_{\text{ex}} \langle v \rangle} \right)^{1/2},$$

$$Q_2(I) = \frac{I^{3/2}}{(1 + I)^2},$$

$$Q_3(\alpha, x) = x(e^x - 1)^{-1/2} \left(1 + \frac{1}{\alpha x} \right)^{-1/2},$$

V — объем ячейки.

При этом зависимость выражения (16) от I сводится к множителю $Q_2(I)$, который (с учетом полосы частот) совпадает с полученным в [20].

Зависимости сигнала, крутизны и фактора качества от интенсивности накачки приведены на рис. 1. Интересно, что, согласно (14), крутизна сигнала S/Γ при данных I и x напрямую не зависит от ширины резонансной линии, а следовательно, и от свойств покрытия. Вся зависимость фактора качества от ширины линии определяется вкладом шумового множителя (15): накачка широкой линии требует увеличения мощности накачки, которое приводит к росту дробовых шумов света.

От оптической толщины ячейки x в (16) зависит только последний множитель $Q_3(\alpha, x)$: эта зависимость приведена на рис. 2. Очевидно, что положение оптимума x_{opt} фактора качества по оптической толщине ячейки (и, следовательно, по концентрации паров) определяется исключительно параметром α . Оно может быть

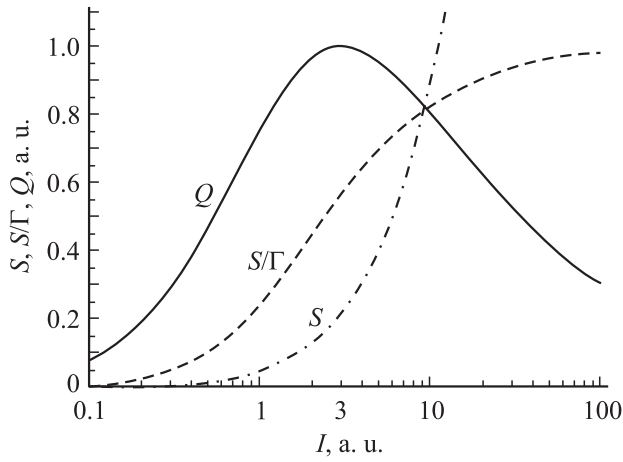


Рис. 1. Зависимость сигнала S , крутизны S/Γ и фактора качества магнитного резонанса Q от светового уширения $I = \Gamma_{\text{light}}/\Gamma_d$.

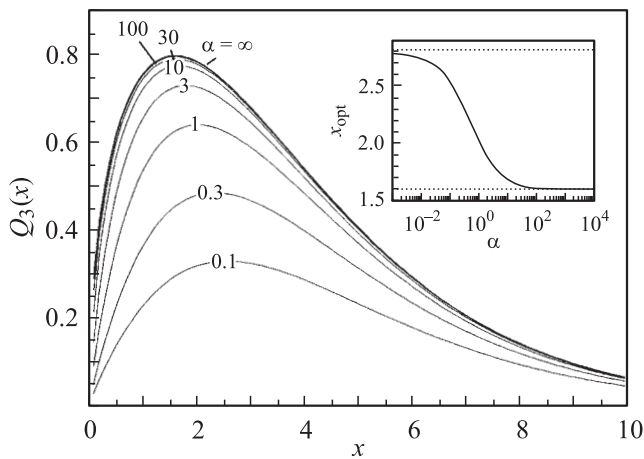


Рис. 2. Зависимость фактора качества Q от оптической толщины кюветы x при различных значениях α . На врезке: зависимость оптимальной оптической толщины кюветы x_{opt} от α .

аппроксимировано следующей зависимостью (см. врезку на рис. 2):

$$x_{\text{opt}} \approx 1.59 + 1.23(1 + \alpha/2)^{-0.91}. \quad (17)$$

Область оптимальных значений x_{opt} лежит в интервале $x = 1.59 - 2.82$. Как видно из рис. 2, при $\alpha > 10$ оптимальная оптическая толщина ячейки находится в диапазоне $x_{\text{opt}} = 1.6 - 1.7$, что соответствует примерно пятикратному ослаблению резонансного света. Следует подчеркнуть, что все приведенные выше соотношения подразумевают наличие накачки и оптимального резонансного радиополя. Оптическая толщина x'_{opt} , измеренная в отсутствие резонансного радиополя, окажется меньше, чем x_{opt} .

Существенно, что при $\alpha x \gg 1$ (это практически всегда выполняется в ячейках с малой собственной шириной) зависимость Q от α , а следовательно — от свойств

покрытия ячейки, можно пренебречь. Из (16) и (17) следует, что при любых, даже очень малых, значениях собственной ширины линии Γ_0 спин-обменное уширение линии должно определяться выражением

$$\Gamma_{\text{coll}}^{\text{opt}} \geq 1.6 \frac{\sqrt{2} \sigma_{\text{ex}} \langle v \rangle}{k_v L}. \quad (18)$$

Для ^{39}K при $T = 300$ К, при накачке D_1 -линией и для ячейки диаметром 15 см получим (рис. 3) $\Gamma_{\text{coll}}^{\text{opt}}/2\pi = 1.1$ Hz; для Cs в ячейке диаметром 1 см при накачке светом лампы ($\psi \approx 0.5$) $\Gamma_{\text{coll}}^{\text{opt}} = 12.8$ Hz. Следовательно, спин-обменное уширение при оптимальной оптической толщине кюветы не позволяет в полной мере использовать преимущества сверхузких линий, реализуемых в ячейках с покрытием.

Выражения (3), (16) позволяют получить оценку максимально достижимой чувствительности δB_{min} квантового M_X -датчика: в оптимуме по I , x произведение $Q_{2\text{max}} Q_{3\text{max}} = 0.325 \cdot 0.805 = 0.262$, следовательно, при оптимальных параметрах накачки

$$Q_{\text{max}} = K_{\text{opt}} (\psi k_{\text{det}})^{1/2} V^{1/2} \Gamma^{-1} \text{Hz}^{1/2}, \quad (19)$$

где для калия $K_{\text{opt}} = 1.84 \cdot 10^{13} \text{cm}^{-3/2}$, для цезия — $1.42 \cdot 10^{12} \text{cm}^{-3/2}$.

Вычислим δB_{min} для условий эксперимента, описанного в [7]. Согласно (19), для калия при диаметре ячейки 15 см и коэффициенте детектирования $k_{\text{det}} = 0.35$ (здесь в k_{det} входит коэффициент заполнения многожильного световода) $\delta B_{\text{min}} = 1.6 \cdot 10^{-15} \text{T} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$. Сравнив эту величину с экспериментально измеренными в [7] значениями предельной чувствительности при лазерной накачке ($\delta B_{\text{min}} = 1.8 - 3.6 \cdot 10^{-15} \text{T} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$), убеждаемся, что наша модель способна не только качественно описывать ход зависимостей фактора качества от параметров накачки (что будет продемонстрировано в следующем разделе), но и давать верные количественные предсказания.

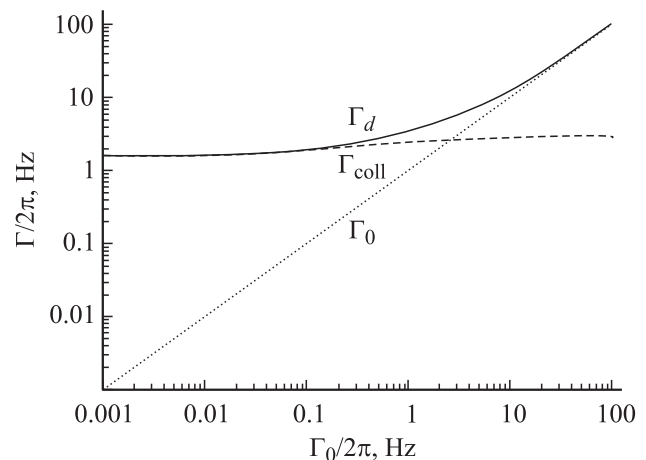


Рис. 3. Зависимость оптимальной столкновительной ширины линии Γ_{coll} и темновой ширины линии Γ_d от собственной ширины линии Γ_0 для калиевой кюветы диаметром 15 см.

Физический смысл входящих в (16) коэффициентов станет ясен, если мы выразим Q_1 через количество атомов в ячейке

$$Q_1(V) = \gamma \left(\frac{V}{\sqrt{2} \sigma_{\text{ex}} \langle v \rangle} \right)^{1/2} = \gamma \left(\frac{N_{\text{at}}}{\Gamma_{\text{coll}}} \right)^{1/2}. \quad (20)$$

Из (20) следует, что фактор качества Q пропорционален корню из количества атомов в ячейке. До сих пор полагалось, что фактором, ограничивающим чувствительность квантового дискриминатора с оптической накачкой, является дробовый шум фототока. Однако наиболее принципиальным фактором, ограничивающим чувствительность любого квантового магнитометрического устройства, является атомный квантовый шум. Оценка предельной чувствительности (реализуемой за время τ), ограниченной атомным шумом, приведена в [24]:

$$\delta B_{\text{min}}^{\text{at}} = \frac{1}{\gamma} \frac{1}{\sqrt{\langle N_{\text{at}} \rangle T_2 \tau}}. \quad (21)$$

Из (21) следует, что входящий в (20) коэффициент Q_1 с точностью до множителя $\sqrt{2\pi}$ равен ограниченному атомными шумами фактору качества $Q_{\text{min}}^{\text{at}}$, и следовательно

$$Q(\alpha, x, V, I) = \left[\sqrt{2\pi k_{\text{det}} \psi k_{\text{pump}} k_{\text{read}}} Q_2(I) Q_3(\alpha, x) \right] Q_{\text{max}}^{\text{at}}. \quad (22)$$

Таким образом, предельный фактор качества определяется квантовым атомным шумом и эффективностью оптической накачки/детектирования резонанса. Для калиевого дискриминатора $Q_{\text{max}}^{\text{at}}/Q_{\text{min}}^{\text{at}} \approx 0.025$, т.е. световой шум на полтора порядка превосходит квантовый атомный шум — в силу того, что количество взаимодействующих в единицу времени с атомами фотонов пробного пучка невелико по сравнению с общим количеством фотонов в пучке.

Существует — помимо приведенных выше — еще одно соображение, ограничивающее преимущества использования узких резонансных линий. Хотя M_X -схема магнитометра по своему быстродействию не ограничена шириной линии резонанса, однако быстродействие любого квантового магнитометра оказывается ограниченным принципиальной неопределенностью измерения частоты содержащего шум гармонического сигнала за данный отрезок времени, определяемой соотношением Крамера–Рао [25].

Выражение для нижнего предела точности измерения частоты для сигнала, содержащего аддитивную добавку в виде белого шума, приведено в [26,27]. В пересчете к шкале магнитного поля B такую неопределенность можно выразить как

$$\delta B_{\text{min}}^{\text{meas}} = \frac{1}{\gamma} \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{\rho_N}{S} \frac{1}{\tau^{3/2}}. \quad (23)$$

Считая минимальные вариации (3) и (23) некоррелированными, получим оценку общей неопределенности

измеряемого поля

$$\begin{aligned} \delta B &= \sqrt{(\delta B_{\text{min}}^{\text{meas}})^2 + (\delta B_{\text{min}}^{\text{light}})^2} \\ &= \frac{1}{\gamma} \frac{\rho_N}{S} \frac{1}{\tau^{1/2}} \left(\left(\frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{\tau} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{T_2} \right)^2 \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (24)$$

Вклады двух вариаций в (24) становятся равными при $\tau/T_2 = (3/2\pi)^{1/2} \approx 0.7$.

Таким образом, при времени измерения $\tau \gg T_2$ предельная чувствительность магнитометра подчиняется корневой зависимости от времени измерения, а при $\tau \ll T_2$ предельная чувствительность магнитометра ухудшается с уменьшением времени измерения как $\tau^{-3/2}$, согласно (23).

Пример расчета временной зависимости предельной чувствительности квантового магнитометра приведен на рис. 4. Расчет проводился по результатам измерения ограниченной дробовыми шумами фототока чувствительности калиевого датчика с лазерной накачкой и сверхузкой линией резонанса [7]. Из рисунка видно, что световые шумы (как и ожидалось) превосходят атомные на полтора порядка, а соотношение Крамера–Рао начинает лимитировать чувствительность прибора уже на временах $\tau < 0.1$ s.

Современные задачи исследования магнитного поля Земли требуют довольно большой скорости потока данных — десять и более отсчетов в 1 s. Это означает, что при их решении нет смысла снижать ширину линии до значений, меньших 1 Hz — что, впрочем, хорошо согласуется с результатами проведенной выше оптимизации.

На временах порядка десятков секунд и выше в показания дискриминатора начинают вносить существенный вклад разнообразные медленные дрейфы (обычно описываемые зависимостями $\sim 1/f$, $\sim 1/f^{1/2}$ и т.д.). Обсуждение этих эффектов выходит за рамки настоящей работы, здесь лишь отметим важную особенность,

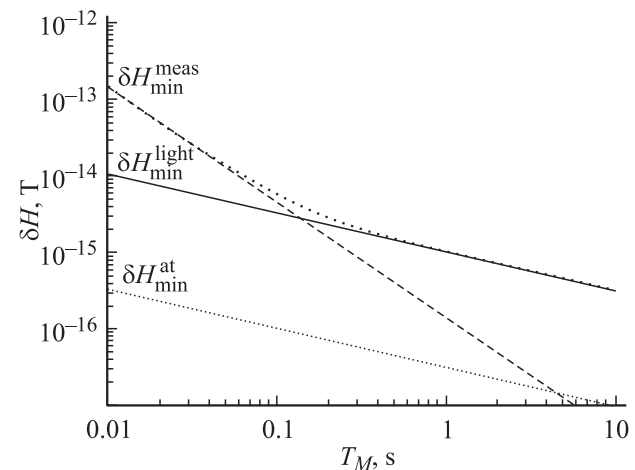


Рис. 4. Предельная чувствительность магнитометра с лазерной накачкой, рассчитанная по формулам (23), (24) с использованием экспериментальных результатов [26].

присущую квантовым дискриминаторам: их дрейфы на больших временах не могут существенно превосходить ширины резонансной линии. Таким образом, сужение резонансной линии является основным направлением в задачах, требующих увеличения точности измерений на больших временах; в зависимости от задачи должен делаться выбор в пользу чувствительности или точности измерений. Так, с учетом того что все световые и связанные с ними параметрические сдвиги резонансной линии пропорциональны интенсивности накачки, следует на пологом участке зависимости фактора качества от интенсивности света накачки выбирать рабочую интенсивность меньшую, чем $I_{\text{opt}} = 3$. Например, уменьшению интенсивности в 2 раза по сравнению с I_{opt} соответствует уменьшение фактора качества менее чем на 10%. Таким же образом может быть выбрана оптическая толщина ячейки, обеспечивающая несколько меньшее по сравнению с оптимумом столкновительное уширение. Далее, из (16)–(18) следует, что увеличение длины цилиндрической ячейки при постоянном ее диаметре позволит при постоянной оптической толщине линейно уменьшить ширину резонансной линии. Тем самым может быть не только увеличен фактор качества, но и снижены сдвиги дискриминатора.

2. Эксперимент: оптимизация параметров магнитного резонанса в цезиевой ячейке

Как было отмечено выше, принятые приближения хорошо описывают реальную ситуацию для:

- 1) калия в земном поле;
- 2) для всех щелочных металлов, в том числе Cs, в слабых магнитных полях.

Этот последний случай, как наиболее легко реализуемый в лабораторных условиях, был выбран для проверки рассмотренной выше модели. Исследования параметров магнитного резонанса в ячейке с целью оптимизации фактора качества резонанса проводились в магнитном экране в поле 3300 нТ. Поле в экране стабилизировалось с помощью цезиевого M_Z -датчика. Малый диаметр ячейки (~ 10 мм) позволил получить достаточно малые оптические толщины при комнатной температуре.

Исследование параметров M_X -резонанса осуществлялось следующим образом: в рабочем температурном диапазоне 20–52°C ячейки выбирались из 10–12 точек T_i , обеспечивающих равномерное распределение измерений в шкале плотности цезиевых паров. Плотность паров вычислялась по формулам, приведенным в справочнике [28]. В каждой из точек T_i при 8–12 значениях интенсивности света накачки I_{ph} проводились предварительная оптимизация радиополя и сканирование частоты резонанса в окрестности ± 20 нТ от центра резонансной линии, измерялась амплитуда резонанса, его ширина Γ и степень уширения радиополем. Измерением зависимости интенсивности света накачки от температуры ячейки

была определена эффективная оптическая толщина ячейки x' по отношению к резонансному свету D_1 -линии в отсутствие резонансного радиополя.

Обработка первой серии измерений, проведенной в широких температурных пределах, показала, что темновая ширина линейно зависит от расчетной плотности паров Cs только при $T < 50^\circ\text{C}$. При более высоких температурах начинался резкий спад ширины резонанса и амплитуды резонанса, причем наблюдалась зависимость $\Gamma_d(T)$ от предыстории. Такое поведение может быть объяснено только аномалиями свойств парафинового покрытия — например фазовым переходом легкой фракции парафина. Все дальнейшие измерения проводились в интервале температур 23–52°C.

Результат измерения зависимости $\Gamma_0(x')$ показан на рис. 5. Из рисунка видно, что собственная ширина резонанса в ячейке Γ_0 не превышает 0.07 нТ, а $d\Gamma_{\text{coll}}/dx' = 3.49 \pm 0.12$ нТ. В результате аппроксимации зависимости светового уширения от x' выражением (12) было вычислено отношение $x/x' = 2.10 \pm 0.35$ и, таким образом, $\alpha = (d\Gamma_{\text{coll}}/dx)/\Gamma_0 = (25-\infty)$. Согласно (16), вклад коэффициента α , лежащего в этих пределах, в величину фактора качества при $x > 1$ не превышает 2%.

На рис. 6 приведена зависимость предельного фактора качества Q от светового уширения при различных температурах — экспериментальные зависимости и результат их аппроксимации по формуле (16). В полном соответствии с (16) максимум фактора качества при всех значениях температуры ячейки достигается при $I = 3 \pm 1$.

По результатам аппроксимации $Q(I)$ для различных температур T была построена зависимость оптимизированного по интенсивности фототока фактора качества резонанса от оптической толщины ячейки (рис. 7).

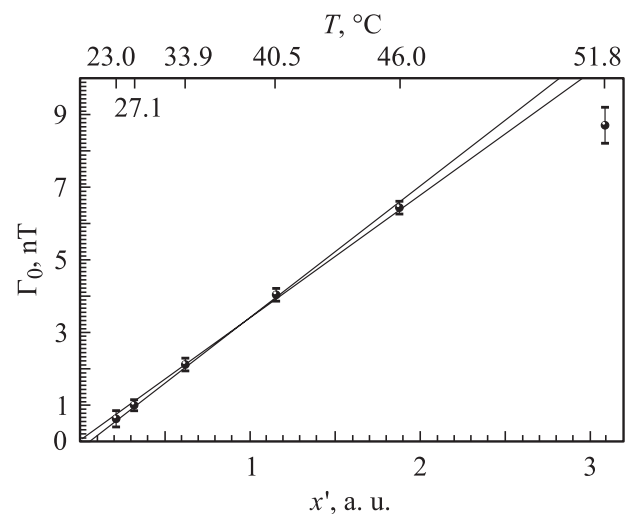


Рис. 5. Зависимость темновой ширины (НВНМ) M_X -резонанса в цезиевой ячейке от оптической плотности ячейки (нижняя шкала) и температуры ячейки (верхняя шкала).

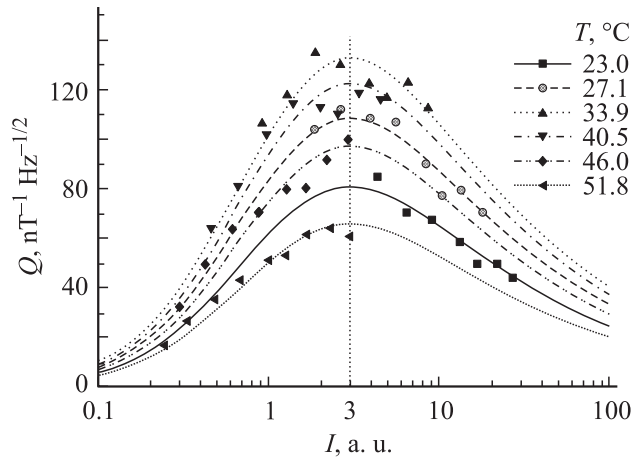


Рис. 6. Зависимость фактора качества в цезиевой ячейке от светового уширения при различных значениях температуры ячейки. Значки — эксперимент, линии — аппроксимация по формуле (16).

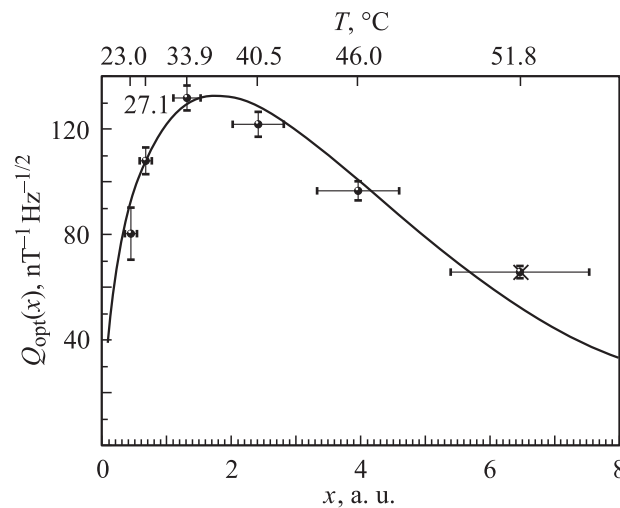


Рис. 7. Зависимость фактора качества в цезиевой ячейке от ее оптической толщины.

Оптимум фактора качества резонанса достигается при температуре $T = 36.1 \pm 1.8^\circ\text{C}$, соответствующей оптической толщине ячейки (при оптимальном радиополе) $x = 1.61 \pm 0.27$, что очень хорошо согласуется с теорией. Последняя точка на графике соответствует температуре 51.8°C , при которой уже заметно изменение свойств покрытия. Оптимальной оптической толщине соответствует величина спин-обменного уширения $\Gamma_{\text{coll}}/2\pi = 9.6\text{ Hz}$, на $\sim 30\%$ отличающаяся от теоретической оценки: $\Gamma_{\text{coll}}/2\pi = 12.8\text{ Hz}$. Данное расхождение может быть отнесено на счет как неопределенности спектрального состава накачки (при оценочных расчетах было принято, что коэффициент α при ламповой накачке вдвое выше, чем при лазерной), так и погрешности определения эффективного внутреннего диаметра ячейки.

Заключение

Таким образом, нами построена простая модель, позволяющая оптимизировать параметры M_X -резонанса в вакуумной ячейке, и проведен эксперимент, продемонстрировавший способность модели давать как качественные, так и количественные предсказания.

Перечислим основные выводы, следующие из предложенной модели:

1. Предельный фактор качества квантового M_X -дискриминатора с оптической накачкой определяется квантовым атомным шумом и эффективностью оптической накачки и детектирования M_X -резонанса.

2. Учет спин-обменного уширения линии и поглощения в ячейке не меняет требований к интенсивности света накачки: свет накачки должен обеспечивать уширение линии в интервале от 1.5 до 3.0 в сравнении с темновой шириной.

3. Для ячеек с большим временем релаксации на покрытии ($\Gamma_0/2\pi \ll 1\text{ Hz}$) оптимальная ширина резонанса всецело определяется требованиями к оптической толщине ячейки ($x_{\text{opt}} \geq 1.6$), что приводит к невозможности реализации преимуществ сверхузких резонансов в магнитометрических схемах.

4. Чувствительность квантового дискриминатора ограничена соотношением Крамера–Рао на временах, меньших, чем обратная ширина резонансной линии.

5. Увеличение длины ячейки вдоль направления луча накачки в магнитометрической схеме позволяет за счет снижения спин-обменного уширения пропорционально снизить полную ширину линии и тем самым уменьшить сдвиги и ошибки магнитометра.

Авторы благодарят Е.Б. Александрова за полезные дискуссии и обсуждения, С.П. Дмитриева — за предоставление магнитного экрана и помощь в работе, М.В. Балабаса — за изготовление цезиевой кюветы с покрытием.

Список литературы

- [1] Kastler A.J. // Phys. et le Radium. 1950. Vol. 11. P. 255.
- [2] Kastler A. // JOSA. 1957. Vol. 47. N 6. P. 460–465.
- [3] Bitter F. // Phys. Rev. 1949. Vol. 76. N 6. P. 833–835.
- [4] Ruddock K., Bell W., Bloom A., Arnold J., Sarles R. Patent USA. N3252081. 1966.
- [5] Александров Е.Б., Бонч-Бруевич В.А., Провоторов С.В., Якобсон Н.Н. // Опт. и спектр. 1985. Т. 58. Вып. 3. С. 953–954.
- [6] Александров Е.Б., Балабас М.В., Бонч-Бруевич В.А. // Письма в ЖТФ. 1987. Т. 12. Вып. 13. С. 749–752.
- [7] Alexandrov E.B., Balabas M.V., Pazgalev A.S., Ver-shovskii A.K., Yakobson N.N. // Laser Physics. 1996. Vol. 6. N 2. P. 244–251.
- [8] Горный М.Б., Матисов Б.Г. // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 10. С. 44–52.
- [9] Bloch F. // Phys. Rev. 1946. Vol. 70. N 7. P. 460–474.

- [10] Балабас М.В., Бонч-Бруевич В.А. // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. Вып. 7. С. 6.
- [11] Balabas M.V., Przhibel'sky S.G. // Chem. Phys. Rep. 1995. Vol. 4. N 6. P. 882–889.
- [12] Балабас М.В., Карузин М.И., Пазгалев А.С. // Письма в ЖЭТФ. 1999. Т. 70. № 3. С. 198–202.
- [13] Bouchiat M.A., Brossel J. // Compt. Rend. Acad. Sci. 1962. Vol. 254. P. 3828.
- [14] Bouchiat M.A., Brossel J. // Phys. Rev. 1966. Vol. 147. N 1. P. 41–54.
- [15] Liberman V., Knize R.J. // Phys. Rev. A. 1986. Vol. 34. N 6. P. 5115–5118.
- [16] Александров Е.Б., Балабас М.В., Вершовский А.К., Окуневич А.И., Якобсон Н.Н. // Опт. и спектр. 1999. Т. 87. № 3. С. 359–364.
- [17] Cohen-Tannoudji C., DuPont-Roc J., Haroche S., Laloe F. // Phys. Rev. Lett. 1969. Vol. 22. N 15. P. 758–760.
- [18] Dehmelt H.G. // Phys. Rev. 1957. Vol. 105. P. 1487–1489.
- [19] Dehmelt H.G. // Phys. Rev. 1957. Vol. 105. P. 1924–1925.
- [20] Bloom A.L. // Appl. Optics. 1962. Vol. 1. N 1. P. 61–68.
- [21] Александров Е.Б. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 3. С. 162–166.
- [22] Harper W. // Rev. Mod. Phys. 1972. Vol. 44. N 2. P. 169–249.
- [23] Александров Е.Б., Варшалович Д.А. // Опт. и спектр. 1997. Т. 82. № 2. С. 181–185.
- [24] Budker D., Romalis M. // Nature Physics. 2007. Vol. 3. P. 227–234.
- [25] Cramér H. Mathematical Methods of Statistics Princeton, NJ: Princeton University Press, 1946. P. 474–477.
- [26] Czarske J.W. // Meas. Sci. Technol. 2001. Vol. 12. P. 597–614.
- [27] Groeger S., Bison G., Knowles P.E., Weis A. // Eur. Phys. J. Appl. Phys. 2006. Vol. 33. P. 221–224.
- [28] Несмеянов А.Н. Давление пара химических элементов. М.: Изд-во АН СССР, 1961. 396 с.